岐阜経済大学論集 31 巻 4 号（1998 年）

変動相場制理論のミクロ的基礎

岡　田　義　昭

1. はじめに
2. 分析モデル
3. 主体的均衡
4. 境界条件
5. 市場均衡
補　論

1. はじめに

1973 年 2—3 月に国際通貨制度が変動相場制に移行して以来，外国為替レートは市場の需給メカニズムによって決定されるようになり，したがって，それは他のマクロ経済変量とその価格，例えば財・サービス，雇用，貨幣需要，物価，賃金，利子などと密接な相互関連を持つようになった。それ故，国際収支や為替レートを明示的に導入して IS-LM モデルの開放体系化をはかった「国際マクロ経済学」が，これまで幾多の興味あふれる分析結果を提供してきた[1)]。

しかしながら，1980 年以降，マクロ経済学自身がミクロ経済学的基礎を持たないマクロ経済的ロジックの「ある種」の曖昧さ，不明瞭さの反省にたって，経済主体の効用や生産技術といったミクロ的要素に溯って，そこから新たにマクロモデルを構築するようになった。したがって，国際マクロ経済学の分野でも，今日，経済主体の目的関数および制約条件を明示的に

描写し，市場構造を特定化したうえでモデル分析を行う作業が始められている[2)]。

そこで，本稿でも，外国為替市場を含む各市場に参加する個別経済主体に溯って，彼等の異時点にわたる最適化行動を仔細に検討したうえで，市場の需給均衡を吟味する。先ず，通常の国内財・サービス，外国財・サービスに加え，価値貯蔵機能を持った完全代替的な自国通貨と外国通貨とを需要バスケットに考える。さらに個別経済主体は，今期決まる財・サービス価格と外国為替レートとを基に次期のそれらの動きを予想して[3)]，今期の財・通貨需要量を決定するものとする。その場合，外国為替市場への通貨当局の「風に逆らう」式の介入は「不胎化」されないものとする。そして，これら個別経済主体に最大満足を与える主体的均衡と，外国為替市場を含む各市場が継起的に進行する場合，同時的に今期の需給が均衡するところの，いわゆる「一時的均衡」(temporary equilibrium) の存在とが併せて検討される[4)]。

〔注〕

1) 例えば，為替レートの変動メカニズム，オーバーシューティング問題，通貨当局の市場介入の有効性，外国為替市場の効率性，変動相場制と政策協調などがその一例である（岡田〔1〕〔2〕〔3〕〔4〕〔16〕参照)。

2) こうした傾向の中で，最近 Obstfeld & Rogoff〔15〕が出版された。800頁にも及ぶ大著において，国際金融に関する諸問題が全てミクロ経済学的視点から統一的に捉えられているのは興味深い。これによって，従来の伝統的な国際マクロ経済学的論理と整合的な個別経済主体の行動原理が明らかになっている。

3) 一般に価格予想に関しては，

(a) 現在の価格が将来も維持されると予想する静学的予想，

(b) 過去の予想価格と実現した価格との差を基に将来の予想を随時修正する適応的予想，

(c) 前期から当期への価格の変化が将来も同方向で維持されると想定する外挿的予想，

(d) 将来の価格は均衡水準に戻っていくとする回帰的予想，

(e) 利用可能な情報を最大限活用することによって得られる予想価格の客観的確率に，自らの主観的確率を一致させるとする合理的予想，

など，種々の定式化がある。

(e)の合理的予想に従えば，t 期の価格 p_t は，今期の情報に基づく来期の予想価格の期待値 $E[p_{t+1}|I_t]$ と，さらに今期の他の変数 x_t（例えばマネーサプライ）によって決まるものとすると，

$$p_t = aE[p_{t+1}|I_t] + bx_t$$

で表される。ここでマーティンゲールを仮定して繰り返し代入を行えば，

$$p_t = b\sum_{i=0}^{T} a^i E[x_{t+i}|I_t] + a^{T+1}E[p_{t+T+1}|I_t]$$

となり，$|a| < 1$ である限り第2項は $T \to \infty$ で0に収束する。したがって，合理的予想によれば，結局今期の価格は将来の経済状態 x の予想に依存するというものである。

ところで，本稿で特定化する価格予想は，これに反しその予想視野が2期であって，今期成立する価格を基に，一定の確率分布をもって次期価格を予想するというものである。もちろん，経済が次期に移行した時，実際に成立する価格が予想価格に一致する保証は少しもないから，そこで新たに実現した価格を基に最適化行動に修正を加えつつさらに次期の価格を予想する「逐次的繰返し」を想定する。したがって，我々の価格予想では，合理的期待形成のように必ずしも予想の視野が将来のすべてにわたっているというものではないから，満たすべき条件としてはより緩やかである。

4) 本稿は，Arrow = Debreu 流の一般均衡論的フレームワーク内に価値貯蔵手段としての貨幣と将来価格の予想関数を明示的に導入した Grandmont〔12〕のパイオニア的業績を基に，さらに福岡〔8〕第8章，Obstfeld & Rogoff〔15〕第8章を参考にしつつ纏めた。但し，Grandmont は，価格の予想を von-Neumann = Morgenstern 流の期待効用関数で処理しているのに対し，本稿では価格の予想を予算制約式の中に取り入れることによって，経済主体の消費行動計画のロジックがより直截的に説明されるようになっている。また福岡は価格の予想を必ずしも本稿のような確率分布的取扱いとせず，いわゆる点対点写像で定式化していること，ならびに予想の視野が本稿のように今期と次期の2期でなく，次期以降，適当な将来まで含めている点で異なる。なお，均衡解の存在証明は，一般均衡論で周知の Debreu の方法，なかんずく二階堂 = Gale の定理の適用にならった。

2. 分析モデル

a. 記　号

x_t　: t 期の国内財・サービスの需要ベクトル

x_t^* : t 期の外国財・サービスの需要ベクトル

m_t : t 期の自国通貨の需要量

m_t^* : t 期の外国通貨の需要量

p_t　: t 期の国内財・サービスの価格ベクトル

p_t^* : t 期の外国財・サービスの価格ベクトル

e_t　: t 期の自国通貨建名目為替レート

$\bar{x}_t$　: t 期の国内財・サービスの初期賦存ベクトル

$\bar{x}_t^*$: t 期の外国財・サービスの初期賦存ベクトル

u^j　: 経済主体 j の効用関数

b. モデルの素描

先ず我々は純粋交換経済を想定する。この経済は第1期に始まり，以降 $t=2, 3, \cdots$ にわたって継起的（sequential）に進行していくものとする。

それぞれの期には k 人（$j=1, 2, \cdots, k$）の経済主体が存在し，毎期 n_1 種類の perishable な国内財・サービスと n_2 種類の同様な外国財・サービスとを需要する（$n=n_1+n_2$）。さらに各経済主体は，価値貯蔵機能を持った完全代替な自国通貨と外国通貨とを保有する。各財・サービスの価格は，どの期においても通貨の価格が常に1に等しくなるように基準化されているものとし，また外国財・サービスと外国通貨に関しては自国通貨建為替レートによって自国通貨建表示に変換されている。外国通貨は為替レートをパラメータに外国為替市場でのみ売買が可能である。

各経済主体は，今期成立する財・サービス価格と為替レート，ならびに次期に成立するであろう予想財・サービス価格と予想為替レート，そして今期・次期の財・サービスの初期賦存量（いずれも既知）の下で，次のような行動計画を毎期決定する。すなわち，t 期における経済主体 j は，2期にわたる予算制約式

$$
\begin{aligned}
(1)\qquad & p_t x_t^j + e_t p_t^* x_t^{*j} + m_t^j + e_t m_t^{*j} \\
& \quad \leqq p_t \bar{x}_t^j + e_t p_t^* \bar{x}_t^{*j} + m_{t-1}^j + e_t m_{t-1}^{*j}, \\
& p_{t+1} x_{t+1}^j + e_{t+1} p_{t+1}^* x_{t+1}^{*j} + m_{t+1}^j + e_{t+1} m_{t+1}^{*j} \\
& \quad \leqq p_{t+1} \bar{x}_{t+1}^j + e_{t+1} p_{t+1}^* \bar{x}_{t+1}^{*j} + m_t^j + e_{t+1} m_t^{*j}
\end{aligned}
$$

の下で，効用関数

$$
(2)\qquad u^j(x_t^j,\ x_t^{*j},\ x_{t+1}^j,\ x_{t+1}^{*j})
$$

の値を最大にするようように，t 期の消費・貯蓄計画（$x_t^j, x_t^{*j}, m_t^j, m_t^{*j}$）を決定するというものである（但し，$j=1, \cdots, k$，$t=1, 2, \cdots$，$m_0^j=\bar{m}^j$，$m_0^{*j}=\bar{m}^{*j}$，$\Sigma\bar{m}^j>0$，$\Sigma\bar{m}^{*j}>0$）。

したがって，為替レートの次期の予想いかんによっては，例えば自国通貨と外国通貨とのポートフォリオの組み替えを今期外国為替市場で行う。すなわち，為替レートが上昇（自国通貨建為替レートの減価）すると予想するときは外国通貨の保有量を増やし，逆に為替レートが下落すると予想するときは自国通貨の保有量を増やすことによって，予算制約式の右辺を増加させ，2期にわたる効用を高めようとする。

ここで財・サービスベクトル，通貨量，価格ベクトル，為替レートについて，次のような仮定を置く。

仮定 1. $x_t^j \in R_+^{n_1}$，$x_t^{*j} \in R_+^{n_2}$，$\bar{x}_t^j \in R_{++}^{n_1}$，$\bar{x}_t^{*j} \in R_{++}^{n_2}$，
$m_t^j \in R_+^1$，$m_t^{*j} \in R_+^1$，

$$p_t \in R^{n_1}_{++},\ p^*_t \in R^{n_2}_{++},\ e_t \in R^1_{++}$$

但し，R^n_+ は n 次元ユークリッド空間の非負象限であり，R^n_{++} は同空間の正象限である。

また，経済主体 j の効用関数 u^j について，次のような仮定を置く。

仮定 2. $$u^j : R^{2n}_+ \to R$$

u^j は連続，擬凹，且つ狭義単調増加

次に，各経済主体の財・サービス価格ならびに為替レートに関する予想形成について考える。t 期の価格・為替レートベクトルを

$$q_t = (p_t,\ e_t p^*_t,\ e_t, 1)$$
$$\{q_t\} = Q_t \subseteqq R^{n+1}_{++} \times \{1\}$$

として，さらに q_t を基準化した単体（simplex）$\pi_t \in \Pi_t$ を考える[1)]。すなわち，$(1 \cdots 1) \cdot \pi'_t = 1$ である。各経済主体に t 期の任意の価格・為替レートベクトル単体 $\pi_t (\in \Pi_t)$ が与えられると，Π_{t+1} の上で定義された一定の確率分布をもって $t+1$ 期の価格・為替レートベクトル単体 π_{t+1} を予想するものとする。ここで $B(\Pi_{t+1})$ を Π_{t+1} の Borel σ - 集合体[2)]としよう。すると我々は，

$$\psi(\pi_t,\ \cdot) : B(\Pi_{t+1}) \to R^1_+$$

という確率測度[3)]が定義できるから，$(\Pi_{t+1}, B(\Pi_{t+1}))$ 上で定義されたあらゆる確率測度の空間を $M(\Pi_{t+1})$ とすると，t 期における経済主体 j の価格・為替レート予想写像 ψ^j_t は，

$$\psi^j_t : \Pi_t \to M(\Pi_{t+1})$$

となる。したがって，すべての $E \in B(\Pi_{t+1})$ に対して，$\psi^j_t(\pi_t, E)$ は，π_t が

与えられた時，Borel 集合 E に対する経済主体 j の確率となっている。

ここで，価格・為替レート予想写像 ψ に関して次の仮定を置く。

仮定 3.　ψ は弱収束する[4)]。

仮定 4.　$\{\psi(\pi_t)\,|\,\pi_t \in \Pi_t\}$ は $M(\Pi_{t+1})$ の弱コンパクト部分集合となる[5)]。

ところで，経済主体 j に対する t 期の財・サービス・通貨需要ベクトルを

$$y_t^j = (x_t^j,\ x_t^{*j},\ m_t^j,\ m_t^{*j}) \in Y_t^j \subseteqq R_+^{n+2},$$

t 期と $t+1$ 期の財・サービス需要ベクトルを

$$z_t^j = (x_t^j,\ x_t^{*j},\ x_{t+1}^j,\ x_{t+1}^{*j}) \in Z_t^j \subseteqq R_+^{2n},$$

t 期の初期賦存ベクトルを

$$w_t^j = (\bar{x}_t^j,\ \bar{x}_t^{*j},\ m_{t-1}^j,\ m_{t-1}^{*j}) \in W_t^j \subseteqq R_{++}^n \times R_+^2$$

とすれば，π_t が所与の時，経済主体 j の feasible な財・サービス・通貨需要量 y_t^j，y_{t+1}^j は，

$$D_t^j(\pi_t) = \{\, y_t^j \in Y_t^j \,|\, \pi_t(\, y_t^j - w_t^j) \leqq 0\},$$

$$D_{t+1}^j(\pi_t) = \left\{ y_{t+1}^j \in Y_{t+1}^j \,\middle|\, \int_{\Pi_{t+1}} (\, y_{t+1}^j(\pi_t) - w_{t+1}^j(\pi_t))\, d\psi(\pi_t,\ \cdot\,) \leqq 0 \right\},$$

$$D^j(\pi_t) = D_t^j(\pi_t) \cap D_{t+1}^j(\pi_t)$$

で表され，さらに

$$\phi : Y_t^j \times Y_{t+1}^j \to Z_t^j \times Z_{t+1}^j$$ [6)]

とすれば，経済主体 j の効用関数 u^j は，ϕ が一次変換であることから，

$$\begin{aligned} u^j(z_t^j,\ z_{t+1}^j) &= u^j(\phi(y_t^j,\ y_{t+1}^j)) \\ &= v^j(y_t^j,\ y_{t+1}^j) \end{aligned}$$

なる関数 v^j で置き換えることができる[7]。したがって先の(1)式(2)式で表された経済主体 j の t 期における最適化行動計画は，

$$(3) \qquad \max_{\{y_t^j,\ y_{t+1}^j\} \in D^j(\pi_t)} v^j(y_t^j,\ y_{t+1}^j),\ \text{given}\ \pi_t$$

という式に帰着させることができる。

〔注〕

1) 作り方としては，$q = (q_1, q_2, \cdots, q_n)$ とした時，$\pi = (q_1/\Sigma q_i,\ q_2/\Sigma q_i,\ \cdots,\ q_n/\Sigma q_i)$ とすればよい。

2) Parthasarathy〔17〕p.1 参照。

3) Parthasarathy〔17〕p.26 参照。

4) ユークリッド空間 X 上の Borel 確率測度が作る空間を $M(X)$ とする。いま $\{\mu_n\}$ を $M(X)$ 上のネットとし，$C(X)$ を X 上のすべての有界な連続実関数空間とすれば，

$$\begin{aligned} & w - \lim \mu_n = \mu_0 \ \text{（弱収束）} \\ & \Leftrightarrow \lim \int f d\mu_n = \int f d\mu_0,\ \ \forall f \in C(X) \end{aligned}$$

である（Parthasarathy〔17〕pp.39–40 参照）。

5) これは形式的には $\psi(\pi_t,\ C) = 1(\forall \pi_t \in \Pi_t)$ となるようなコンパクト集合 C が Π_{t+1} の中に存在することを意味するが，経済学的には主体 j の予想価格・為替レートが現在の値の変化に対して過度に感応的であってはならないことを意味する。

6) 例えば，対角線が 1 で他はすべて 0 の $(n+2) \times n$ - 行列を考えればよい。

7) 関数 v^j はしたがって連続，擬凹，且つ狭義単調連続となる。

3. 主体的均衡

t 期の財・サービス価格ならびに為替レートが所与の時，経済主体 j の feasible な財・サービス・通貨需要量の集合 $D^j(\pi_t)$ はコンパクトな集合である

ことが次のようにして言える。

$$\pi_t \in R^{2n+2}_{++} \text{ より，すべての } y^j_t \in Y^j_t (\subseteqq R^{n+2}_{+}) \text{ に対して}$$
$$0 \leqq \pi_t y^j_t \leqq \pi_t w^j_t$$

であることから，集合 $\{y^j_t\}$ が有界かつ閉，したがって $D^j_t(\pi_t)$ がコンパクト集合であることは明らか。また，補論の定理A1より

$$\int_{\Pi_{t+1}} (y^j_{t+1}(\pi_t) - w^j_{t+1}(\pi_t))\, d\psi(\pi_t, \cdot)$$

が Π_t 上で連続であり，且つ Π_t はコンパクト集合であるから，コンパクト集合の上の連続関数の非正の値の集合

$$D^j_{t+1}(\pi_t) = \left\{ y^j_{t+1} \in Y^j_{t+1} \,\middle|\, \int_{\Pi_{t+1}} (y^j_{t+1}(\pi_t) - w^j_{t+1}(\pi_t))\, d\psi(\pi_t, \cdot) \leqq 0 \right\}$$

も同様にコンパクト集合となる。それ故，

$$D^j(\pi_t) = D^j_t(\pi_t) \cap D^j_{t+1}(\pi_t)$$

はコンパクト集合となることが示された。

ところで，$v^j(y^j_t, y^j_{t+1})$ は仮定2から $D^j(\pi_t)$ 上で連続であったから，すべての $(y^j_t, y^j_{t+1}) \in D^j(\pi_t)$ に対して

$$v^j(\bar{\bar{y}}^j_t, \bar{\bar{y}}^j_{t+1}) \geqq v^j(y^j_t, y^j_{t+1})$$

となるような経済主体 j の主体的均衡を表す $(\bar{\bar{y}}^j_t, \bar{\bar{y}}^j_{t+1})$ が，$D^j(\pi_t)$ の中に必ず存在する（補論参照）。したがって，すべての $\pi_t \in \Pi_t$ に経済主体 j の最適解 $(\bar{\bar{y}}^j_t, \bar{\bar{y}}^j_{t+1})$ の集合 $\chi^j(\pi_t)$ を関連づける対応

$$\chi^j : \Pi_t \to Y^j_t \times Y^j_{t+1} \subseteqq R^{2n+4}_{+}$$

が定義できる。

かくして次の命題を得る。

命題 1.　t 期の財・サービス価格ならびに為替レートが与えられた時，仮定1，2，3の下で，経済主体 j の t 期における主体的均衡の対応 χ^j は，非空，凸，コンパクト，且つ優半連続である。

（証明は補論参照）

4. 境界条件

次に，国内財価格や外国財価格，あるいは為替レートが許容し得る範囲の上限ないしは下限に近付いた時，財・サービス・通貨の需要量に関し，各経済主体がどういう最適化行動計画をとるかを考える。

境界条件[1]　経済主体 j に対し，Π_t の点列 $\{\pi_t^\nu\}$ について，

(a)　$\pi_t^\nu \to \pi_t^0$ で，その場合，$(p_t^0,\ e_t^0 p_t^{*0},\ e_t^0)$ の或る成分がゼロに等しく，しかも $(p_t^0,\ e_t^0 p_t^{*0},\ e_t^0) \neq 0$ か $m_{t-1} \neq 0$ のいずれかが成り立つ時，もしくは

(b)　$\|\pi^\nu\| \to \infty$，すなわち $(p_t^\nu,\ e_t^\nu p_t^{*\nu},\ e_t^\nu)$ の或る成分が無限に発散する時，

$\beta_t^\nu \in \chi^j(\pi_t^\nu)$ なる点列 $\{\beta^\nu\}$ のどの部分列 $\{\beta^{\nu'}\}$ も $\|\beta^{\nu'}\| \to \infty$ となる。

命題 2.　仮定4の下で，経済主体 j の対応 χ^j は境界条件を満たす。

（証明は補論参照）

〔注〕

1）Grandmont〔12〕p.222，福岡〔8〕p.146 参照。

5. 市 場 均 衡

すべての $\pi_t \in \Pi_t$ について，経済主体 j に最大満足を与える財・サービス・通貨ベクトル空間 $\chi^j(\pi_t^\nu)$ から一点（$x_t^j, x_t^{*j}, m_t^j, m_t^{*j}$）を選べば，$t$ 期の財・サービス市場の均衡が

$$\textstyle\sum_j x_t^j = \sum_j \bar{x}_t^j \qquad \text{（国内財・サービス市場）}$$
$$\textstyle\sum_j x_t^{*j} = \sum_j \bar{x}_t^{*j} \qquad \text{（外国財・サービス市場）}$$

という需給均等式で示され，また t 期の国内金融（通貨）市場ならびに外国為替市場の均衡が

$$\textstyle\sum_j m_t^j = \sum_j \bar{m}^j \qquad \text{（国内金融市場）}$$
$$\textstyle\sum_j m_t^{*j} = \sum_j \bar{m}^{*j} \qquad \text{（外国為替市場）}$$

という需給均等式で示される。さらに，この均衡は，経済が次期に移行すれば新たな均衡（同じ均衡の場合もあれば異なる場合もある）が達成されるという意味で一時的（temporary）でもある。

そこで，いま各 $\pi_t \in \Pi_t$ に対して，

$$\textstyle(\sum_j x_t^j - \sum_j \bar{x}_t^j,\ \sum_j x_t^{*j} - \sum_j \bar{x}_t^{*j},$$
$$\textstyle\sum_j m_t^j - \sum_j \bar{m}^j,\ \sum_j m_t^{*j} - \sum_j \bar{m}^{*j})$$

で定義される超過需要ベクトルを $\zeta(\pi_t)$ で表せば，財・サービス市場ならびに国内金融市場，外国為替市場が t 期において同時に（一時的）均衡（temporary equilibrium）するとは，

$$0 \in \zeta(\pi_t)$$

が成立することと同値である。

この時我々は次の命題を得る。

命題 3. すべての経済主体 j（$j=1, \cdots, k$）に対して仮定1，2，3が満たされており，且つ仮定4を満たす主体が少なくとも一人はいるとする。その時，継起的に進行する当該経済には一時的均衡解が必ず存在する。すなわち，財・サービス・通貨超過需要ベクトル $\zeta(\pi_t)$ に対し，$0 \in \zeta(\pi_t^0)$ となるような正の価格・為替レートベクトル $\pi_t^0 \in \Pi_t$ が必ず存在する。

（証明は補論参照）

また，この市場均衡はパレート最適となっていることが言える。

命題 4. 命題3で達成された一時的市場均衡はパレート最適である。

（証明は補論参照）

かくして，継起的に進行する当該経済は，各期毎にすべての財・サービス市場，国内金融市場，外国為替市場が必ず同時に需給均衡しており，しかもその状況では，他の経済主体の効用を低めることなしにはもはやどの経済主体の効用も高めることができないという意味で，すべての経済主体に最大満足を与えていることが明らかになった。

補　　論

1. 命題1の証明[1)]

以下 j を省略する。

(i) コンパクトなユークリッド空間 X 上で定義された連続な実数値関数 f は X の上で必ず最大(小)値を持つから（二階堂〔6〕p.102），$D(\pi_t)$，v はこの

前提を満たすゆえ $(\bar{\bar{y}}_t, \bar{\bar{y}}_{t+1})$ が $D(\pi_t)$ の中に必ず存在し，したがって $D(\pi_t)$ は非空。

(ii) v の最大値を α とすれば，β，$\gamma \in \chi(\pi_t)$ に対して

$$v(\beta) = v(\gamma) = \alpha \in \chi(\pi_t)$$

である。他方，β，$\gamma \in D(\pi_t) \Rightarrow a\beta + (1-a)\gamma \in D(\pi_t)$，$(\forall a \in [0, 1])$ の時，$D(\pi_t)$ を凸集合であるとすれば，$D_t(\pi_t)$ が凸集合であることは明らか。また，

$$\int (y_{t+1}(\pi_t) - w_{t+1}(\pi_t))\, d\psi(\pi_t, \cdot)$$

は，$(y_{t+1}(\pi_t) - w_{t+1}(\pi_t))$ の上で線型性を保持するから（Parthasarathy〔17〕p. 32），π_t は凸集合ゆえ $D_{t+1}(\pi_t)$ も凸集合となることが言える（二階堂〔6〕p. 199）。したがって，$D(\pi_t)$ は線分 $[\beta, \gamma]$ を含み，v の擬凹性から $\delta \in [\beta, \gamma]$ ならば $v(\delta) \geqq \alpha$ であるが，最大値 α の意味合いから $v(\delta) = \alpha$，すなわち $\delta \in \chi(\pi_t)$。それゆえ，$\chi(\pi_t)$ は凸集合。

(iii) ところで，$\chi(\pi_t)$ は $D(\pi_t)$ 内で $v(y_t, y_{t+1}) = \alpha$ を満たす点の作る部分集合であったから，v の逆像 $v^{-1}(\alpha)$ は閉集合であることは明らか。したがって，$\chi(\pi_t)$ はコンパクト集合 $D(\pi_t)$ の閉部分集合ゆえコンパクト集合となる。

(iv) ある点列 $\{\pi_t^\nu\} \in \Pi_t$ をとり，それが $\pi_t^\nu \to \pi_t^0 \in \Pi_t$ と仮定しよう。その時，任意に $\beta^\nu = (y_t^\nu, y_{t+1}^\nu) \in \chi(\pi_t^\nu)$ を選んで β^0 に収束する点列 $\{\beta^\nu\}$ を作ると

$$\pi_t^\nu (y_t^\nu - w_t^\nu) \leqq 0$$
$$\int (y_{t+1}^\nu - w_{t+1}^\nu)\, d\psi(\pi_t^\nu, \cdot) \leqq 0$$

であるから，$\nu \to \infty$ に対して，その連続性より

$$\pi_t^0(y_t^0 - w_t^0) \leqq 0$$

$$\int (y_{t+1}^0 - w_{t+1}^0)\, d\psi(\pi_t^0, \cdot) \leqq 0$$

となることが言える。

次に，任意の実数$\lambda \in]0, 1[$を用いて，任意の$\gamma \in \chi(\pi_t^0)$と原点との一次結合$\gamma^\lambda = \lambda\gamma$を作れば，$\gamma^\lambda$は$\pi_t^0$の下で予算制約式を厳密な不等号で満たすから，$\nu$を十分大きくとれば，$\pi_t^\nu$の下でもやはり予算制約式を厳密な不等号で満たす。したがって，$\beta^\nu \in \chi(\pi_t^\nu)$である以上，

$$v(\beta^\nu) \geqq v(\gamma^\lambda)$$

であり，vの連続性から$\nu \to \infty$に対しても

$$v(\beta^0) \geqq v(\gamma^\lambda)$$

が成り立つ。ここで$\lambda \to 1$とすれば$\gamma^\lambda \to \gamma$であるから，同じく$v$の連続性より

$$v(\beta^0) \geqq v(\gamma)$$

であり，γは任意の$\chi(\pi_t^0)$の元であったから，したがって

$$\beta^0 \in \chi(\pi_t^0)$$

となることが言え，$\chi(\pi_t)$が優半連続であることが証明された。

Q.E.D.

2. 命題2の証明[2)]

以下jを省略する。

(i) $\chi(\pi_t)$が有界であったとする。すると，$\{\beta^\nu\}$はある極限$\beta^0 \in \chi(\pi_t)$に収束する部分列$\{\beta^{\nu'}\}$を持つ。いまそれに対応する$\{\pi_t^{\nu'}\}$を考えれば，

仮定4のコンパクト性より，$\{\psi(\pi_t^{\nu'})\}$ は $M(\Pi_{t+1})$ の上で $\psi(\pi_t^0)$ に弱収束するから，$\{\pi_t^{\nu'}\}$ の中から $\psi(\pi_t^0)$ に弱収束させるような部分列 $\{\pi_t^{\nu''}\}$ を選ぶことができる。ここで，$\{\pi_t^{\nu''}\}$ について $\chi(\pi_t^{\nu''})$ を考えると，$\beta^{\nu''}\in\chi(\pi_t^{\nu''})$ である。

次に，仮定1と境界条件の仮定から，t 期と $t+1$ 期の所得は厳密に正となるから，$D(\pi_t^0)$ は必ず内点を持つ。そこで $D(\pi_t^0)$ の中から任意の γ を選び，任意の実数 $\lambda\in]0,1[$ を用いて原点との一次結合 $\gamma^\lambda=\lambda\gamma$ を作れば，γ^λ は π_t^0 の下で予算制約式を厳密な不等号で満たすから，

$$v(\beta^{\nu''})\geqq v(\gamma^\lambda)$$

となり，さらに $\nu''\to\infty$，$\lambda\to 1$ に対して v の連続性より

$$v(\beta^0)\geqq v(\gamma)$$

となる。しかしながら，$p_i=0$ ないしは $ep_i^*=0$ の時の i 財，もしくは $e=0$ の時の外国通貨に対して無限に需要できるから[3)]，v の狭義単調増加性より

$$v(\gamma)>v(\beta^0)$$

となるが，これは矛盾。

(ii)　(i)と同様に $\chi(\pi_t)$ が有界であったとする。ここで

$$\{\hat{\pi}_t^\nu\}=\{\pi_t^\nu/\|\pi_t^\nu\|\}$$

としよう。すると(i)と同様の議論により，ある極限 $\beta^0\in\chi(\hat{\pi}_t^0)$ に対して

$$v(\beta^0)\geqq v(\gamma)$$

となるような $\gamma\in D(\hat{\pi}_t^0)$ がとれる。しかしながら，$\hat{\pi}_t^0$ で評価した t 期の予算制約式において，価格が無限大になった財・サービス（為替レートが無限大の場合は外国通貨）のみが，正の価値を持った経済財として需要項目と初期賦存

項目の双方に入ってくるが，その時国内通貨の価格はゼロとなるから，今期国内通貨を無限に需要して次期に繰り越せば，次期の効用を限りなく高めることが可能となる。すなわち

$$v(\gamma) > v(\beta^0)$$

となるが，これは矛盾。

Q.E.D.

3. 命題3の証明 [4)]

Π_t はコンパクト集合であり，また χ は非空，コンパクト値，凸値，且つ優半連続であったから，それを一次結合させて合成した写像 ζ も，非空，コンパクト値，凸値，且つ優半連続となる（二階堂〔6〕p.311)。また，各主体の予算制約式を足し合わせることによって，

$$\textstyle\sum_j \pi_t(y_t^j - w_t^j) \leqq 0$$

から，効用関数の狭義単調増加と合わせて，ワルラス法則

$$\pi_t\theta_t = 0 \quad \text{for all} \quad \theta_t \in \zeta(\pi_t) \quad \text{and all} \quad \pi_t \in \Pi_t$$

の成り立つことは明らか。

したがって，Gale = 二階堂の定理[5)]が使えて，ある適当な価格・為替レートベクトル $\pi_t^0 \in \Pi_t$ に対して，$\zeta(\pi_t^0)$ は成分がすべて非正の組 $\theta_t^0 \leqq 0$ を必ず含むことが言える。

ここで，仮定4の下では,「命題2」より必ず $\bar{\pi}_t \in \partial R_+^{n+1} \times \{1\}$ に対して

$$\|\tilde{\beta}\| \to \infty$$

となるから，$\chi^j(\pi_t)$ の有界性に反するゆえ，必ず $\pi_t^0 > 0$。したがって，ワルラス法則と合わせて $\theta_t^0 = 0$ を得る。 *Q.E.D.*

4. 命題4の証明

ある $\pi_t \in \Pi_t$ に対して，一時的均衡 $(y_t^j, y_{t+1}^j) \in \zeta(\pi_t)(\forall j \in \{1, \cdots, k\})$ を選ぼう。もし，これがパレート最適でないとすれば，

$$v^j(\hat{y}_t^j, \hat{y}_{t+1}^j) \geqq v^j(y_t^j, y_{t+1}^j) \quad \text{for all } j,$$
$$v^h(\hat{y}_t^h, \hat{y}_{t+1}^h) > v^h(y_t^h, y_{t+1}^h) \quad \text{for some } h$$

となる均衡解 $(\hat{y}_t^j, \hat{y}_{t+1}^j) \in D^j(\pi_t)(\forall j \in \{1, \cdots, k\})$ が必ず存在する。したがって，v^j の狭義単調増加性より

$$\pi_t \hat{y}_t^j \geqq \pi_t y_t^j \quad \text{for all } j,$$
$$\pi_t \hat{y}_t^h > \pi_t y_t^h \quad \text{for some } h$$

であるから，これを足し合わせると

$$\Sigma_j \pi_t \hat{y}_t^j > \Sigma_j \pi_t y_t^j$$

となる。他方，$(\hat{y}_t^j, \hat{y}_{t+1}^j) \in D^j(\pi_t)(\forall j \in \{1, \cdots, k\})$ であるから，

$$\pi_t(\hat{y}_t^j - w_t^j) \leqq \pi_t(y_t^j - w_t^j) = 0$$

すなわち，

$$\Sigma_j \pi_t \hat{y}_t^j \leqq \Sigma_j \pi_t y_t^j$$

となって矛盾。

Q.E.D.

5. 定 理 A1

$$\int_{\Pi_{t+1}} (y_{t+1}(\pi_t) - w_{t+1}(\pi_t))\, d\psi(\pi_t, \cdot)$$

は Π_t 上で連続である。すなわち，

$$\lim_{\nu \to \infty} \int_{\Pi_{t+1}} (y_{t+1}^{\nu}(\pi_t^{\nu}) - w_{t+1}^{\nu}(\pi_t^{\nu}))\, d\psi(\pi_t^{\nu}, \cdot)$$
$$= \int_{\Pi_{t+1}} (y_{t+1}(\pi_t) - w_{t+1}(\pi_t))\, d\psi(\pi_t, \cdot)$$

証　明[6)]

いま,

$$f(\pi_t) = y_{t+1}(\pi_t) - w_{t+1}(\pi_t)$$
$$f^{\nu}(\pi_t^{\nu}) = y_{t+1}^{\nu}(\pi_t^{\nu}) - w_{t+1}^{\nu}(\pi_t^{\nu})$$

と置く。f, f^{ν} はその作り方から Π_t 上で連続であることは自明。

ところで，適当な有限の正ベクトル π_{t+1} に対して

$$\pi_{t+1}(y_{t+1}(\pi_t) - w_{t+1}(\pi_t)) \leqq 0$$

であるから，$\{f^{\nu}\}$ は Π_t 上で一様有界である。

また，点 $\pi_t \in \Pi_t$ に収束する任意の点列 $\{\pi_t^{\nu}\}$ に対して，

$$\lim f^{\nu}(\pi_t^{\nu}) = f(\pi_t)$$

であるから，$\{f^{\nu}\}$ は各 $\pi_t \in \Pi_t$ において f に連続収束する。

したがって，Parthasarathy〔17〕定理 6.8 が使えて，

$$\lim_{\nu} \sup_{i} \left| \int_{\Pi_{t+1}} f^{i} d\psi(\pi_t^{\nu}, \cdot) - \int_{\Pi_{t+1}} f^{i} d\psi(\pi_t, \cdot) \right| = 0$$

が言える。それ故,

$$\left| \int_{\Pi_{t+1}} f d\psi(\pi_t, \cdot) - \int_{\Pi_{t+1}} f^{\nu} d\psi(\pi_t^{\nu}, \cdot) \right|$$
$$\leqq \left| \int_{\Pi_{t+1}} f^{\nu} d\psi(\pi_t^{\nu}, \cdot) - \int_{\Pi_{t+1}} f^{\nu} d\psi(\pi_t, \cdot) \right|$$
$$+ \left| \int_{\Pi_{t+1}} f^{\nu} d\psi(\pi_t, \cdot) - \int_{\Pi_{t+1}} f d\psi(\pi_t, \cdot) \right|$$

で，右辺第１項は上述より０に収束し，また第２項も一様有界且つ連続収束と有界収束定理により０に収束する。

Q.E.D.

〔注〕

1） 以下，証明の基本的アイデアは，二階堂〔６〕p.229 & pp.324−325，福岡〔８〕pp.143−145 に負う。

2） 以下，証明の基本的アイデアは，福岡〔８〕pp.146−148 に負う。

3） 外国通貨は効用関数の中に直接入ってこないが，(ii)の議論と同様，今期外国通貨を無限に需要して次期に繰り越せば，次期の財・サービスを無限に購入できるから，それによって効用を限りなく高めることができる。

4） 以下，証明の基本的アイデアは，二階堂〔６〕pp.315−328 に負う。

5） 二階堂〔６〕p.316 参照。また，狭義ワルラス法則が成り立てば必ず広義ワルラス法則は成り立つから，Gale＝二階堂の定理の前提をすべて満たしている。

6） 以下，証明の基本的アイデアは，丸山〔９〕p.51 に負う。

〔参考文献〕

〔１〕 岡田義昭「外国為替相場変動要因分析」（岡田義昭『日本経済研究』十一房出版，1978，第３章）

〔２〕 ――――「変動為替レートの理論と実証」『早大経済学研究会年報』1980

〔３〕 ――――『国際金融研究』十一房出版，1997

〔４〕 ――――「変動相場制と政策協調」『岐阜経済大学論集』第 31 巻２・３号，1997

〔５〕 河合正弘『国際金融論』東大出版会，1994

〔６〕 二階堂副包『現代経済学の数学的方法』岩波書店，1960

〔７〕 浜田宏一『国際金融』岩波書店，1996

〔８〕 福岡正夫『貨幣と均衡』創文社，1992

〔９〕 丸山 徹「確率測度の＊弱収束，Ⅱ」『三田学会雑誌』第 71 巻１号，1978

〔10〕 Debreu, G., *Theory of Value,* John Wiley & Sons, Inc., 1959

〔11〕 Dornbush, R., *Open Economy Macroeconomics,* Basic Books, 1980

〔12〕 Grandmont, J. M., “On the Short-Run Equilibrium in a Monetary Economy,” in Dreje, J. H. ed., *Allocation Under Uncertainty Equilibrium and Optimarity,* The Macmillan Company, 1974

〔13〕 Grossman, G. M., and K. Rogoff, eds., *Handbook of International Economics,* Vol.3, North-Holland, 1995

〔14〕 Jones, R., and P. Kenen, eds., *Handbook of International Economics,* Vol. 2, North-Holland, 1985

〔15〕 Obstfeld, M., and K. Rogoff, *Foundations of International Macroeconomics,* The MIT Press, 1996

〔16〕 Okada, Y., "International Finance: Theory and Practice," London School of Economics, 1982

〔17〕 Parthasarathy, K. R., *Probability Measures on Metric Spaces,* Academic Press, 1967